

Cahier de vacances de mathématiques

Soyez les bienvenus au Lycée Jean Bart ! Vous trouverez ci-après 8 fiches d'exercices de mathématiques pour ne pas perdre la main pendant l'été.

Les prérequis pour cette année à venir sont contenus dans les programmes de seconde, première et de terminale (mathématiques complémentaires). Dans le tableau de la page suivante sont référencés les différents thèmes abordés au lycée classés par ordre d'importance pour une rentrée en ECG. Certains sont incontournables comme ceux concernant les calculs numériques ou littéraux, d'autres ne seront pas nécessaires comme ceux concernant la géométrie ou la trigonométrie.

À vous de travailler en autonomie les différents thèmes selon vos points forts et vos points faibles. Pour cela, des références de manuel de la collection Barbazo, en accès libre :

- Seconde : <https://mesmanuels.fr/acces-libre/9782016262726>
- Première : <https://mesmanuels.fr/acces-libre/9782017102083>
- Terminale : <https://mesmanuels.fr/acces-libre/9782016290088>

Les numéros dans le tableau ci-après correspondent aux références des chapitres concernés dans ces manuels.

Sont également disponibles en ligne :

- De nombreuses ressources en lien avec ces manuels (corrigés, vidéos de cours...) : <https://lycee.hachette-education.com/Barbazo>
- Une plateforme d'entraînement en ligne : <https://barbazo.kwyk.fr>

Dans ce cahier de vacances, chaque fiche d'exercices est organisée ainsi :

- Une présentation du thème de la fiche et des prérequis
- Une liste d'exercices sur chacun des thèmes. Ils doivent tous être résolus **sans calculatrice**, même si c'est tentant (surtout pour les deux premières fiches).
- À la fin de la feuille sont affichées les réponses mélangées : c'est une première indication pour savoir si la réponse que vous avez trouvée est plausible.

Essayez de pratiquer les exercices à un rythme régulier, surtout pendant les deux dernières semaines d'août. Rédigez-les proprement, il n'y a pas que le résultat qui est important ! Ceux qui le souhaitent pourront me rendre leur travail (même incomplet) le jour de la rentrée afin d'avoir un retour. D'ici là, si vous avez la moindre question n'hésitez pas à m'envoyer un mail à l'adresse suivante :

alexandre.boyer.math@gmail.com.

Bon travail et bon repos, car les vacances servent aussi à ça... !

Alexandre Boyer, professeur de mathématiques en ECG1.

	Incontournables	Secondaires	Pas nécessaires
Seconde	1. Nombres entiers, nombres réels 2. Équations et inéquations 3. Fonctions affines 4. Fonctions carré et cube 5. Fonctions racine carré et inverse 6. Variations et extremums de fonctions 11. Probabilités	0. Programmation en Python 9. Équations de droites 10. Information chiffrée et statistique descriptive	7. Vecteurs 8. Problèmes de géométrie 12. Échantillonnage
Première	1. Suites numériques 2. Fonctions polynômes du 2nd degré 4. Dérivation locale 5. Dérivation globale 6. Fonction exponentielle	9. Probabilités conditionnelles et indépendance 10. Variables aléatoires réelles	3. Fonctions trigonométriques 7. Calculs vectoriels et produit scalaire 8. Géométrie repérée
Terminale	1. Suites et limites 2. Limites et continuité des fonctions 3. Dérivabilité des fonctions 4. Fonction logarithme népérien	5. Équations différentielles et primitives 6. Intégration 7. Convexité des fonctions 8. Lois de probabilités discrètes	9. Lois de probabilités à densité 10. Séries statistiques à deux variables

Puissances

Prérequis

Opérations sur les puissances (produits, quotients), décomposition en facteurs premiers, factorisations et développements simples, identités remarquables.

Exercice 1.1

Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10.

- | | | |
|-----------------------|------------------------------|---|
| a) $10^5 \times 10^3$ | c) $\frac{10^5}{10^3}$ | e) $\frac{(10^5 \times 10^{-3})^5}{(10^{-5} \times 10^3)^{-3}}$ |
| b) $(10^5)^3$ | d) $\frac{10^{-5}}{10^{-3}}$ | f) $\frac{(10^3)^{-5} \times 10^5}{10^3 \times 10^{-5}}$ |

Exercice 1.2

Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme a^n avec a et n deux entiers relatifs.

- | | | |
|---------------------|------------------------------|--|
| a) $3^4 \times 5^4$ | c) $\frac{2^5}{2^{-2}}$ | e) $\frac{6^5}{2^5}$ |
| b) $(5^3)^{-2}$ | d) $(-7)^3 \times (-7)^{-5}$ | f) $\frac{(30^4)^7}{2^{28} \times 5^{28}}$ |

Exercice 1.3

Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme $2^n \times 3^p$, où n et p sont deux entiers relatifs.

- | | | |
|--|----------------------|--|
| a) $\frac{2^3 \times 3^2}{3^4 \times 2^8 \times 6^{-1}}$ | b) $2^{41} + 2^{42}$ | c) $\frac{3^{22} + 3^{21}}{3^{22} - 3^{21}}$ |
|--|----------------------|--|

Exercice 1.4

Dans chaque cas, simplifier au maximum.

- | | | | |
|--|--|--|--|
| a) $\frac{8^{17} \times 6^{-6}}{9^{-3} \times 2^{42}}$ | b) $\frac{12^{-2} \times 15^4}{25^2 \times 18^{-4}}$ | c) $\frac{36^3 \times 70^5 \times 10^2}{14^3 \times 28^2 \times 15^6}$ | d) $\frac{15^2 \times 22^{-2} \times 125^2}{75 \times 110^{-2} \times 25^4}$ |
|--|--|--|--|

Exercice 1.5

Utiliser les identités remarquables pour calculer les quantités ci-dessous.

- | | | |
|-------------------|----------------|------------|
| a) $173^2 - 73^2$ | b) $10\,001^2$ | c) 998^2 |
|-------------------|----------------|------------|

Réponses mélangées

10^{-2}	10^{15}	15^4	3	$(-7)^{-2}$	24 600	3^{28}	
10^2	3^5	10^4	996 004	10^8	100 020 001	3^{10}	
$2^{-4} \times 3^{-1}$	8	$2^6 \times 5$	2	2^7	$2^{41} \times 3$	10^{-8}	5^{-6}

Fractions

Prérequis

Règles de calcul sur les fractions.

Exercice 2.1 — Simplification de fractions.

Écrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible (ou d'un entier le cas échéant).

a) $\frac{32}{40}$

c) 0,35

e) $\frac{420}{165}$

g) $\frac{385}{840}$

b) $\frac{360}{75}$

d) 0,375

f) $\frac{140}{462}$

h) $\frac{1680}{195}$

Exercice 2.2 — Sommes, produits, quotients, puissances.

Écrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible (ou d'un entier le cas échéant).

a) $\frac{2}{4} - \frac{1}{3}$

e) $8^3 \times \frac{1}{4^2}$

i) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{5}$

b) $\frac{2}{3} - 0,2$

f) $\frac{27^{-1} \times 4^2}{3^{-4} \times 2^4}$

j) $\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{1+\frac{1}{2}}}$

c) $\frac{36}{25} \times \frac{15}{12} \times 5$

g) $\frac{7}{6} - 1,25$

k) $\left(\frac{\frac{13}{5} - \frac{5}{2}}{0,4}\right)^{-3}$

d) $-\frac{2}{15} \div \left(-\frac{6}{5}\right)$

h) $\frac{1,5}{2,55}$

l) $\left(\frac{136}{15} - \frac{28}{5} + 6,2\right) \times \frac{21}{29}$

Exercice 2.3 — Un petit calcul.

Écrire $\frac{0,5 - \frac{3}{17} + \frac{3}{37}}{\frac{5}{6} - \frac{5}{17} + \frac{5}{37}} + \frac{0,5 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - 0,2}{\frac{7}{5} - \frac{7}{4} + \frac{7}{3} - 3,5}$ sous forme d'une fraction irréductible.

Exercice 2.4 — Règles de comparaison.

Comparer les fractions suivantes avec le signe « > », « < » ou « = ».

a) $\frac{3}{5} \cdots \frac{5}{9}$

c) $\frac{125}{25} \cdots \frac{105}{21}$

e) $\frac{42}{43} \cdots \frac{41}{39}$

b) $\frac{12}{11} \cdots \frac{10}{12}$

d) $\frac{7}{9} \cdots \frac{15}{4}$

f) $\frac{25}{10} \cdots \frac{65}{26}$

Réponses mélangées

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
 < & \frac{7}{15} & \frac{1}{30} & \frac{24}{5} & 9 & > & \frac{1}{6} & > & -\frac{1}{12} & \frac{4}{5} & \frac{9}{10} & < & 7 & \frac{1}{9} \\
 = & \frac{3}{8} & \frac{28}{11} & 3 & \frac{10}{33} & \frac{11}{24} & \frac{10}{17} & 32 & \frac{16}{35} & = & \frac{7}{20} & \frac{112}{13} & & 64
 \end{array}$$

Prérequis

Suites récurrentes. Suites arithmétiques. Suites géométriques.

Calcul de termes

Exercice 3.1 — Suite explicite.

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{2n+3}{5} \times 2^{n+2}$. Calculer :

- a) u_0 b) u_1 c) u_6 d) u_{n+1}

Exercice 3.2 — Suite récurrente.

On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n + 3$. Calculer :

- a) u_1 b) u_2 c) u_3

Exercice 3.3 — Suite récurrente.

On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = \frac{1}{4}$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{u_n} + \frac{n}{3}$. Calculer :

- a) u_1 b) u_2 c) u_3

Suites arithmétiques et géométriques

Exercice 3.4 — Suite arithmétique.

La suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite arithmétique de premier terme $a_0 = 1$ et de raison $r = 2$.

- a) Donner l'expression explicite de a_n en fonction de n .
b) Calculer a_{100} .
c) Calculer la somme des 100 premiers termes $a_0 + a_1 + \dots + a_{99}$.

Exercice 3.5 — Suite géométrique.

La suite $(g_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite géométrique de premier terme $g_0 = 3$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

- a) Donner l'expression explicite de g_n en fonction de n .
b) Calculer g_{10} .
c) Calculer la somme des 10 premiers termes $g_0 + g_1 + \dots + g_9$.

Réponses mélangées

$2n+1$	$\frac{2n+5}{5} \times 2^{n+3}$	$\frac{3}{1024}$	$\frac{50}{21}$	$\frac{3069}{512}$	$\frac{12}{5}$
10 000	29	5	$\frac{3}{2^n}$	4	768
				13	$\frac{7}{12}$
				8	201

Prérequis

Développement et factorisation, avec ou sans identités remarquables.

Exercice 4.1 — Développer, réduire et ordonner.

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes selon les puissances décroissantes de x .

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$ | f) $(x+1)(x-1)(x^2-x+1)$ |
| b) $x(3x-2) + 7x^2$ | g) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ |
| c) $2 - (3-x)(2x-1)$ | h) $(x^2+x+1)^2$ |
| d) $(2x+3)(5x-8) - (2x-4)(5x-1)$ | i) $(x+1)(x-1)^2 - 2(x^2+x+1)$ |
| e) $(x-1)(x^2+x+1)$ | j) $(x^2+\sqrt{2}x+1)\left(1-\sqrt{2}x+x^2\right)$ |

Exercice 4.2 — Factoriser.

Factoriser les expressions polynomiales de la variable réelle x suivantes.

- | | |
|-------------------------------------|--|
| a) $6x^2 + 2x$ | e) $25 - (10x + 3)^2$ |
| b) $2x(5x + 1) + 3(5x + 1)$ | f) $(6x - 8)(4x - 5) + 36x^2 - 64$ |
| c) $(3x + 2)(4x - 2) + 4x(1 - 2x)$ | g) $(-9x - 8)(8x + 8) + 64x^2 - 64$ |
| d) $-(6x + 7)(6x - 1) + 36x^2 - 49$ | h) $(x^2 - x + 1)^2 - (x^2 + x - 1)^2$ |

Exercice 4.3 — Écritures fractionnaires.

Dans chaque cas, simplifier au maximum l'expression en fonction du réel x .

- | | |
|--|---|
| a) $\frac{2}{4x^2-1} + \frac{1}{2x+1}$ | d) $\frac{x^2}{x^2-x} + \frac{x^3}{x^3+x^2} - \frac{2x^2}{x^3-x}$ |
| b) $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$ | e) $\frac{1}{x} + \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-2x}$ |
| c) $\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{8}{x^2-4}$ | f) $\frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$ |

Réponses mélangées

$$\begin{array}{cccccc}
 2(3x-4)(10x+3) & x^3-1 & 4(5x+4)(-5x+1) & -\frac{1}{x(x+1)^2} & (5x+1)(2x+3) & x^4+1 \\
 \frac{1}{x-2} & 2x^2-7x+5 & 2x(3x+1) & \frac{2x}{x+1} & 4x^2-2x+\frac{1}{4} & 21x-28 \\
 \frac{1}{2x-1} & -8(x+1)(x+16) & x^3-3x^2-3x-1 & x^4+2x^3+3x^2+2x+1 & 2(2x-1)(x+2) & \\
 10x^2-2x & \frac{2}{x-2} & \frac{x}{x+1} & x^4+x^2+1 & x^4-x^3+x-1 & -6(6x+7)
 \end{array}$$

Équations du second degré

Prérequis

Recherche des racines d'un polynôme de second degré, factorisation et signe.

Exercice 5.1 — Résolution d'équations.

Résoudre les équations suivantes.

a) $x^2 - 6x + 9 = 0$

d) $x^2 - 5x = 0$

g) $3x^2 - 11x + 8 = 0$

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

e) $2x^2 + 3x = 0$

h) $x^2 - 13x + 42 = 0$

c) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

f) $2x^2 + 3 = 0$

i) $x^2 + 8x + 15 = 0$

Exercice 5.2 — Signe d'un trinôme.

Déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles les expressions suivantes sont positives ou nulles.

a) $(x - 1)(x - 2)$

b) $-x^2 + 2x + 15$

c) $(x + 1)(3x - 2)$

d) $2x^2 - 7x - 4$

Exercice 5.3 — Forme canonique.

Mettre les polynômes de degré deux suivants sous la forme canonique.

On rappelle que la forme canonique de $ax^2 + bx + c$ prend la forme $a(x - \alpha)^2 + \beta$ (où $a \neq 0$).

a) $x^2 - 2x + 1$

b) $x^2 + 4x + 4$

c) $x^2 + 3x + 2$

d) $-5x^2 + 6x - 1$

Exercice 5.4 — Factorisation.

Comment choisir les paramètres a et b pour que les égalités suivantes soient vraies pour tout x ?

a) $2x^2 + 7x + 6 = (x + 2)(ax + b)$

b) $-4x^2 + 4x - 1 = (2x - 1)(ax + b)$

Exercice 5.5 — Avec un paramètre.

Déterminer la valeur à donner à m pour que les équations suivantes admettent une racine double, et préciser la valeur de la racine dans ce cas.

a) $x^2 - (2m + 3)x + m^2 = 0$

b) $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 4 = 0$

Réponses mélangées

$$\begin{array}{cccccccc} \emptyset &] - \infty, -1/2] \cup [4, +\infty[&] - \infty, 1] \cup [2, +\infty[& 3, 3 & 1, 8/3 & \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \\ (x - 1)^2 & a = 2 \text{ et } b = 3 & m = -3/4 \text{ et } x = 3/4 & [-3, 5] & (x + 2)^2 \\] - \infty, -1] \cup [2/3, +\infty[& 2, 3 & m = -1 \text{ et } x = -2, \text{ ou } m = 7 \text{ et } x = 2/3 \\ -5\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 + \frac{4}{5} & 6, 7 & -3, -5 & -3/2, 0 & -1/3, -1/3 & 0, 5 & a = -2 \text{ et } b = 1 \end{array}$$

Racines carrées

Prérequis

Racines carrées. Méthode de la quantité conjuguée.

Exercice 6.1 — Définition de la racine carrée.

Exprimer sans racine carrée les expressions suivantes.

a) $\sqrt{(-5)^2}$ b) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$ c) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ d) $\sqrt{(2-\sqrt{7})^2}$

Exercice 6.2 — Transformation d'écriture.

Écrire aussi simplement que possible les expressions suivantes.

a) $(2\sqrt{5})^2$ d) $(3+\sqrt{7})^2 - (3-\sqrt{7})^2$ g) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$
 b) $\sqrt{3^5}$ e) $\left(\sqrt{2\sqrt{3}}\right)^4$ h) $\left(\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}\right)^3$
 c) $(2+\sqrt{5})^2$ f) $\left(\frac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$ i) $\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2$

Exercice 6.3 — Utilisation de la méthode de la quantité conjuguée.

Simplifier les expressions suivantes de manière à ne pas avoir de racine au dénominateur.

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ e) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ i) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$
 b) $\frac{15}{\sqrt{3}}$ f) $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}$ j) $\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$
 c) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ g) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ k) $(1+\sqrt{2})^{-2}$
 d) $\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$ h) $\left(\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}\right)^2$ l) $\left(\frac{1-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)^{-2}$

Exercice 6.4 — Mettre au carré.

Élever les quantités suivantes au carré pour en donner une expression simplifiée.

a) $\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$ b) $\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

Réponses mélangées

$\sqrt{7}-2$	$3+2\sqrt{2}$	$9+4\sqrt{5}$	20	$5\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}+3$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$3-2\sqrt{2}$	$3-2\sqrt{2}$	$2-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\frac{1}{2}\sqrt{6}$	5	$12\sqrt{7}$	$18+9\sqrt{3}$	
10	$1-\sqrt{10}+\sqrt{15}$	$4+2\sqrt{2}$	$-\sqrt{3}+2$	12	$\sqrt{3}-1$	$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$
$1+\sqrt{3}$	$5\sqrt{2}-7$	$9-\frac{10}{3}\sqrt{2}$	$50-25\sqrt{3}$	$9\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$

Exponentielle et logarithme

Prérequis

Exponentielle, logarithme.

Exercice 7.1 — Logarithmes.

Calculer les nombres suivants en fonction de $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|----------------|------------------------|
| a) $\ln 16$ | c) $\ln 0,125$ | e) $\ln 36$ | g) $\ln 500$ |
| b) $\ln \frac{1}{12}$ | d) $\ln 72 - 2 \ln 3$ | f) $\ln(2,25)$ | h) $\ln \frac{16}{25}$ |

Exercice 7.2 — Exponentielles.

Écrire les nombres suivants le plus simplement possible.

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|--|
| a) $\ln(e^{\frac{1}{3}})$ | d) $e^{-2 \ln 3}$ | g) $e^{-\ln \ln 2}$ |
| b) $e^{3 \ln 2}$ | e) $e^{\ln 3 - \ln 2}$ | h) $\ln\left(\frac{1}{e^{17}}\right)$ |
| c) $\ln(\sqrt{e})$ | f) $-e^{-\ln \frac{1}{2}}$ | i) $\ln(e^2 \sqrt{e}) + \ln\left(\frac{1}{e}\right)$ |

Exercice 7.3 — Calcul littéral.

Écrire les expressions suivantes le plus simplement possible, en fonction de x .

- | | | |
|-------------------------------------|---|---|
| a) $\frac{e^{x^2-2x}}{e^{(x+1)^2}}$ | b) $\ln\left(\sqrt{\frac{e^{x^2+1}}{e^{(x-1)^2}}}\right)$ | c) $x \exp\left(-\frac{\ln(x)}{2}\right)$ |
|-------------------------------------|---|---|

Exercice 7.4 — Inéquations.

Résoudre les inéquations suivantes (d'inconnue x). *Indication : utiliser la croissance de la fonction $\ln$.*

- | | | | |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|----------------------------|
| a) $e^{3x-5} \geq 12$ | b) $1 \leq e^{-x^2+x}$ | c) $e^{1+\ln x} \geq 2$ | d) $e^{-6x} \leq \sqrt{e}$ |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|----------------------------|

Réponses mélangées

$\frac{1}{2}$	-2	$3 \ln 2$	$4 \ln 2$	$-3 \ln 2$	$\sqrt{x}$	-17	$-\ln 3 - 2 \ln 2$	$2 \ln 2 + 2 \ln 3$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{\ln 2}$	$3 \ln 5 + 2 \ln 2$	$\frac{3}{2}$	$x \geq \frac{\ln 12 + 5}{3}$	$\frac{3}{2}$	$-2 \ln 5 + 4 \ln 2$	
	$x \geq \frac{2}{e}$	$2 \ln 3 - 2 \ln 2$	e^{-4x-1}	x	8	$\frac{1}{9}$	$x \geq -\frac{1}{12}$	$x \in [0, 1]$

Dérivation

Prérequis

Dérivées des fonctions usuelles. Formules de dérivation.

Exercice 8.1 — Calculs de dérivées.

Déterminer le domaine de dérivabilité de chacune des fonctions f ci-dessous, puis l'expression de $f'(x)$.

a) $f(x) = 5x^7 - 8x^3 + 2.$

h) $f(x) = (3x^2 - x) \ln(x - 2)$

b) $f(x) = \ln(1 + x^4).$

i) $f(x) = (x^2 - 5x)^5.$

c) $f(x) = \frac{2x + 5}{3x - 1}.$

j) $f(x) = \ln(x^2 + 1).$

d) $f(x) = 1 + x^2 \ln(x).$

k) $f(x) = \ln(\ln(x)).$

e) $f(x) = \frac{2}{x^3 \sqrt{x}}.$

l) $f(x) = (2 - x) \exp(x^2 + x).$

f) $f(x) = (x^2 + 3x + 2)(2x - 5).$

m) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{3x + 2}.$

g) $f(x) = (x^2 - 2x + 6) \exp(2x).$

n) $f(x) = \frac{2x^2 + 3x}{\ln(x)}.$

Exercice 8.2 — Dériver pour étudier une fonction.

Déterminer le domaine de dérivabilité de chacune des fonctions f ci-dessous, puis l'expression de $f'(x)$. Factoriser $f'(x)$ le plus possible.

a) $f(x) = \frac{1}{3 - x} + \frac{1}{2 + x}.$

c) $f(x) = \ln(x^2 + x - 2) - \frac{x + 2}{x - 1}.$

b) $f(x) = x^2 - \ln(x + 1)$

d) $f(x) = \frac{x}{x + 1} + x - 2 \ln(x + 1).$

Réponses mélangées

$$\begin{array}{lll}
 \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\}, -\frac{17}{(1-3x)^2} & \mathbb{R}_+^*, -\frac{7}{x^4 \sqrt{x}} & \mathbb{R}, (2x^2 - 2x + 10) \exp(2x) \\
]0, +\infty[, \frac{2-3x}{2\sqrt{x}(3x+2)^2} &]1, +\infty[, \frac{2x^2+2x+5}{(x+2)(x-1)^2} & \mathbb{R}, 35x^6 - 24x^2 \\
]-1, +\infty[, \frac{x^2}{(x+1)^2} & \mathbb{R}, (-2x^2 + 3x + 1) \exp(x^2 + x) & \mathbb{R}_+^*, x + 2x \ln(x) \\
 \mathbb{R}, \frac{4x^3}{1+x^4} &]-1, +\infty[, \frac{2}{x+1} \left(x + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) \left(x + \frac{1-\sqrt{3}}{2} \right) & \mathbb{R}, 5(x^2 - 5x)^4(2x - 5) \\
]1, +\infty[, \frac{1}{x \ln(x)} &]1, +\infty[, \frac{(4x+3) \ln(x) - 2x - 3}{(\ln(x))^2} & \mathbb{R}, 6x^2 + 2x - 11 \\
]2, +\infty[, (6x - 1) \ln(x - 2) + \frac{3x^2 - x}{x - 2} & \mathbb{R}, \frac{2x}{x^2 + 1} & \mathbb{R} \setminus \{3, -2\}, \frac{10x - 5}{(3 - x)^2(2 + x)^2}
 \end{array}$$